

基于判决反馈的 CPFSK 信号非相干多符号检测算法

陈强¹, 芮国胜², 孙文军¹, 田文彪², 张洋²

(1. 海军航空工程学院研究生管理大队, 山东 烟台 264001; 2. 海军航空工程学院电子信息工程系, 山东 烟台 264001)

摘要: 针对传统多符号检测算法存在的计算复杂度高、工程实现难度大等问题, 提出了基于判决反馈思想的改进算法。该算法利用已判决的码元信息, 对观测长度内所有可能发送波形进行筛选, 从而减少码元判决时所需的相关器数量, 降低算法的检测复杂性。在低信噪比和高信噪比 2 种情况下推导出改进算法误码性能的联合上边界, 并基于网格最小欧氏距离求得其性能下边界, 明确界定了改进算法的误码性能。理论分析和仿真结果都表明, 与传统算法相比, 在不损失检测性能的前提下, 改进算法的复杂度随着反馈码元个数的增加呈负指数幂减少。

关键词: CPFSK; 非相干多符号检测; 判决反馈; 平均匹配滤波

中图分类号: TN911.3

文献标识码: A

Noncoherent multiple symbol detection of CPFSK based on decision-feedback

CHEN Qiang¹, RUI Guo-sheng², SUN Wen-jun¹, TIAN Wen-biao², ZHANG Yang²

(1. Department of Electronic and Information Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China;

2. Graduate Students' Brigade, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

Abstract: There is a great deal of issues in the traditional symbol detection algorithm such as high computational complexity and large engineering implementation difficulty. Considering these problems, an improved algorithm based on decision feedback was proposed. To reduce complexity, the approach in which ruling element information was employed to filter waveforms during length of observing bits. Besides, the theoretical performance was approved by a composition of upper bound and lower bound. Specifically, the form is a union bound which consists of being tight at high SNR and being tight at low SNR, the latter can be obtained by grid minimum Euclidean distance. Theoretical analysis and simulation results show that compared with the traditional algorithm, the improved algorithm could keep no loss of detection performance, but the complexity is reduced at negative exponent power way with the increase of number of feedback element.

Key words: CPFSK, noncoherent multiple symbol detection, decision feedback, average matched filter

1 引言

连续相位频移键控(CPFSK, continuous phase frequency shift keying)是一类包络恒定、相位连续、带宽利用高的调制技术, 作为无线通信系统中的关键传输技术, 以其频谱高效利用和功率高效利用的双重优越性, 被广泛应用于现代卫星通信和移动通信等领域^[1]。例如, 美国的蜂窝数字分组数据(CDPD)系统和欧洲的全球移动通信(GSM)系统采用的最小

频移键控(GMSK)调制方式即为二进制 CPFSK 的修正形式, 已被应用于美国国家航空航天局(NASA)高级通信技术卫星(ACTS)系统的最小频移键控(MSK)就是调制指数为 0.5 的二进制 CPFSK。

在高斯白噪声信道中, CPFSK 信号的最佳接收方法是基于最大似然序列估计(MLSE)的相干检测^[2], 然而在突发通信或者载波恢复比较困难的情况下, 非相干检测显得更具优势。因为利用锁相环实现载波同步时, 锁相环都需要一定的捕获时间, 并且假

收稿日期: 2015-05-06; 修回日期: 2015-08-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No.41476089)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (No.41476089)

锁、跳周等问题也会造成检测性能的损失，而非相干检测不需要恢复载波，可以避免锁相环的上述问题^[3]。非相干多符号检测算法是指在多个符号间隔内进行 MLSD 检测。Pelchat 等^[4]最早提出了非相干多符号检测的概念，Osborne 和 Luntz 利用平均匹配滤波思想^[5]，实现对二进制 CPFSK 信号的多符号检测，Schonhoff^[6]又将平均匹配滤波思想扩展至 M 进制 CPFSK 信号的检测，但由于算法需要将接收信号与所有可能的发送信号波形进行相关运算，随着多符号检测观测窗口和信号进制数的增大，发送信号的可能波形随之呈指数方式增长，从而造成了接收机结构中相关器的数目随之呈指数方式增长^[7,8]。当进制数和观测长度较大时，其复杂度是难以接受的，不易工程实现。

近些年人们关于多符号检测算法的复杂度和误码性能均衡方面做了许多研究，Schenk 等^[9, 10]研究了基于球形译码的多符号检测算法，通过球形半径来限定只对一部分可能的发送信号波形进行搜索，能够很好地降低接收机的复杂性，但却有部分性能损失^[11]；Lottici^[9]给出了一种基于 Viterbi 算法次优接收机，其接收机复杂度以 M 的多项式方式增加，然而该算法的性能与连续相位调制信号的记忆长度 L 有关，对于 CPFSK 信号($L=1$)而言，其检测性能严重衰减，Fischer 和王欣等^[12-14]提出的几种低复杂度多符号检测算法，能够取得较低的复杂度，但其性能却比传统多符号检测算法有很大差距。

针对传统多符号检测算法性能提升时，复杂度急剧升高的问题^[15,16]，本文对传统多符号检测算法提出改进，基于判决反馈思想，在判决当前码元时，利用之前的一个或多个已判决的码元信息，对观测间隔内所有可能的发送波形进行筛选，减少当前码元判决所需的相关器数量，从而降低算法的检测复杂性。理论估计和仿真实验都表明，改进的多符号检测算法在不损失检测性能的前提下，显著降低检测的复杂性。

2 基于判决反馈的改进算法

CPFSK 是连续相位调制的一个特例，其频率脉冲函数 $g(t)$ 为全响应的矩形脉冲(1REC)。在 $kT \leq t < (k+1)T$ 间隔上信号波形可以表示为

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[2\pi f_c t + f(t, \mathbf{a}) + f_0] \quad (1)$$

$$f(t, \mathbf{a}) = \frac{a_k p h t}{T} + p h \sum_{i=0}^{k-1} a_i, \quad kT \leq t < (k+1)T \quad (2)$$

其中， T 为符号间隔， E 为符号能量， f_c 为载波频率， $\mathbf{a} = (a_0, a_1, \dots)$ 为发送的 M 进制信息符号序列， $a_i \in \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)\}$ ， f_0 为载波初始相位。

2.1 传统多符号检测算法

传统非相干多符号检测算法是指通过观测接收信号 $r(t)$ 的 N 个码元波形，利用平均匹配滤波思想实现对中间码元的判决和输出。记 $N = 2n + 1$ ，采用简化符号将接收信号表示为

$$r(t) = s(t, a_{n+1}, A_i, f_0) + n_0(t), \quad 0 \leq t < (2n+1)T_b \quad (3)$$

其中， $n_0(t)$ 为观测间隔内的高斯白噪声， $s(t, a_{n+1}, A_i, f_0)$ 是与信息码元序列 $\{a_{n+1}, A_i\}$ 相对应的 CPFSK 信号， a_{n+1} 为待检测的中间码元， A_i 表示除去中间码元 a_{n+1} 之外的其余码元序列的所有可能组合，定义为

$$A_i = \{a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+2}, \dots, a_{2n+1}\} \quad (4)$$

A_i 总共有 $a' = M^{2n}$ 种可能组合，所有组合是等概率的，即 A_i 的概率密度函数为 $f(A) = \frac{1}{a'}$ 。对于 M 进制的 CPFSK 信号，在噪声单边功率谱密度为 N_0 的 AWGN 信道下，最佳接收机的似然函数可表示为^[6]

$$\begin{cases} L(a_{n+1}) = \int_{f_0} \int_{A_i} f(A) f(f_0) \exp\left(\frac{2}{N_0} \bar{s}_i(t, a_{n+1})\right) df_0 dA \\ \bar{s}_i(t, a_{n+1}) = \int_0^{(2n+1)T} r(t) s(t, a_{n+1}, A_i, f_0) dt \end{cases} \quad (5)$$

其中， $f(A)$ 、 $f(f_0)$ 分别为序列 A_i 和初相 f_0 的概率密度函数， N_0 为噪声功率谱密度。对于非相干检测，载波初始相位 f_0 是未知的，假定服从 $0 \sim 2\pi$ 的均匀分布，其概率密度函数为 $f(f_0) = \frac{1}{2\pi}$ 。

由式(5)可知，在相关比较时，接收机将接收信号 $r(t)$ 与所有可能发送波形 $s(t, a_{n+1}, A_i, f_0)$ 进行相关运算，选择最大似然值所对应序列的中间码元作为 a_{n+1} 的判决输出。然而，随着 M 和 N 的增加，接收机所需相关器数量急剧增长，当 M 或 N 较大时，传统多符号检测算法相当复杂，难以实现。例如当 $M = 8, N = 5$ 时，所需相关器数量为 $M^N = 32768$ 个，这显然是不现实的，并且严重地制约了传统多符号检测的应用范围，因此研究低复杂度的多符号检测

算法具有重要的现实意义。

2.2 改进多符号检测算法

针对传统多符号检测算法复杂度大,实现难的问题,本文对传统多符号检测算法进行了改进,提出了基于判决反馈的非相干多符号检测算法,其主要思想是在判决当前码元时,根据之前的一个或多个已判决的码元信息,对观测区间内所有可能的信号波形 $s(t, a_{n+1}, A_i, f_0)$ 进行筛选,并将筛选结果反馈到相关器,以减少检测时所需的相关运算。

此时,记接收端经筛选后的可能信号波形为 $s(t, a_{n+1}, A_i, B_j, f_0)$, 其中, $B_j = \{\hat{a}_{n-r+1}, \dots, \hat{a}_{n-1}, \hat{a}_n\}$ ($j=1, \dots, b$) 表示当前判决码元之前的 r 个已判决码元组成的反馈序列,总共有 $b=M^r$ 种可能组合, \hat{a}_i 为对 a_i 的判决估计, r 为反馈码元个数,其数值不大于 n_0 。

在进行相关比较时,接收信号并不与所有可能的信号波形进行相关运算,只有反馈序列 $\{\hat{a}_{n-r+1}, \dots, \hat{a}_{n-1}, \hat{a}_n\}$ 与码元序列 A_i 中对应的 $\{a_{n-r+1}, \dots, a_{n-1}, a_n\}$ 完全相同的 $s(t, a_{n+1}, A_i, f_0)$ 才被保留下来,参与当前码元判决的相关运算。即当 $\hat{a}_{n-k} = a_{n-k} (\forall k=1, \dots, r-1)$ 时,筛选后可能的信号波形可以表示为

$$s(t, a_{n+1}, A_i, B_j, f_0) = s(t, a_{n+1}, A_i, f_0) \quad (6)$$

由式(6)可知,筛选过程由 B_j 唯一确定,在反馈某个序列 B_j 情况下,筛选后可能的信号波形个数变为 $a = M^{2n-r}$,而未经过筛选的可能信号波形数目为 $a' = M^{2n}$,因此随着反馈码元个数 r 的增加,一次检测所需的相关器以 M 的负指数减少。

按照上述分析,文中提出的改进多符号检测算法本质上是在条件 B_j 下,利用平均匹配滤波思想对中间比特 a_{n+1} 进行判决估计。在式(5)的基础上,改进多符号检测算法的条件似然函数为

$$\left[\begin{aligned} L\left(\frac{a_{n+1}}{B_j}\right) &= \int_{f_0} \int_A f(A) f(f_0) \exp\left(\frac{2}{N_0} \bar{s}_{ij}(t, a_{n+1})\right) df_0 dA \\ \bar{s}_{ij}(t, a_{n+1}) &= \int_0^{(2n+1)T} r(t) s(t, a_{n+1}, A_i, B_j, f_0) dt \end{aligned} \right. \quad (7)$$

将 $f(A)$ 、 $f(f_0)$ 代入式(7)化简可得

$$L\left(\frac{a_{n+1}}{B_j}\right) = \frac{1}{a} \int_{f_0} \sum_{i=1}^a \exp\left(\frac{2}{N_0} \bar{s}_{ij}(t, a_{n+1})\right) f(f_0) df_0 \quad (8)$$

式(8)中对随机相位进行平均的结果为零阶修正贝塞尔函数^[15],因此 a_{n+1} 的 M 个似然函数可以进

一步表示为

$$L_m\left(\frac{a_{n+1}}{B_j}\right) = \frac{1}{a} \sum_{i=1}^a I_0\left(\frac{2}{N_0} z_{mij}\right) \quad (9)$$

其中

$$z_{mij}^2 = x_{mij}^2 + y_{mij}^2 \quad (10)$$

$$\left[\begin{aligned} x_{mij} &= \int_0^{NT} r(t) s(t, 2m-M-1, A_i, B_j, 0) dt \\ y_{mij} &= \int_0^{NT} r(t) s\left(t, 2m-M-1, A_i, B_j, \frac{p}{2}\right) dt \end{aligned} \right. \quad (11)$$

其中, x_{mij}, y_{mij} 为非零均值的高斯随机变量, z_{mij} 为莱斯分布的随机变量^[6], $m \in \{1, 2, \dots, M\}$ 。

在检测符号 a_{n+1} 时,将 $2n+1$ 个观测码元上的接收信号与筛选后的 a 个信号波形分别进行相关运算,并将结果代入式(9)得到 M 个条件似然函数值,选择似然值最大的信号波形所对应的 a_{n+1} 作为判决输出。

在上述判决过程中,由于条件似然函数涉及到贝塞尔函数的求解,使判决过程运算量大,不适宜工程应用,为此进一步做如下简化。

1) 低信噪比下最佳接收机

在低信噪比下,零阶修正贝塞尔函数可以近似为^[5]

$$I_0(x) \approx 1 + \frac{x^2}{4} \quad (12)$$

将式(12)代入式(9)有

$$L_m\left(\frac{a_{n+1}}{B_j}\right) \approx \frac{1}{a} \sum_{i=1}^a \left(1 + \frac{1}{N_0^2} z_{mij}^2\right) \quad (13)$$

进一步化简,得到条件似然函数的等效表达式为

$$L_m\left(\frac{a_{n+1}}{B_j}\right) \approx \frac{1}{a} \sum_{i=1}^a z_{mij}^2 \quad (14)$$

式(14)实际上是在所有的 A_i 条件下,对条件似然函数 $L_m\left(\frac{a_{n+1}}{B_j}\right)$ 的平均。记

$$\bar{L}_{mj} = \sum_{i=1}^a z_{mij}^2 \quad (15)$$

则在判决时,等效计算 \bar{L}_{mj} 的最大值,并将对应的 a_{n+1} 作为判决输出。

2) 高信噪比下次佳接收机

在高信噪比下，零阶修正贝塞尔函数有如下近似式^[5]

$$\sum_i I_0(x_i) \approx I_0(x_{\max}) \quad (16)$$

其中， x_{\max} 为序列 $\{x_i\}$ 中的最大值。由于贝塞尔函数为单调递增函数，则式(9)等效为

$$L_m \left(\frac{a_{n+1}}{B_j} \right) \approx \max_{m,i} (z_{mij}) \quad (17)$$

因此高信噪比下的次佳接收机只需要考察所有 z_{mij} ，然后选择最大 z_{mij} 对应的 a_{n+1} 作为判决值。

根据式(9)~式(11)，CPFSK 信号的最佳非相干接收机和次佳非相干接收机如图 1 所示，图中所有的积分区间均为 $0 \sim (2n+1)T_{bo}$ 。由图 1 可知，本文提出的改进接收机根据判决反馈序列 B_j 选择参与相关比较的可能发送信号，这种接收机仅需在传统接收机加一个前端逻辑选择单元，实现简单。

3 理论性能限

由于 CPFSK 信号具有无限长的记忆，对于最佳检测器而言，接收机必须观察无限长的信号来选

择使差错概率最小的码元 a_{n+1} ，因此要分析最佳接收机确切的差错性能是不太可能的。在这种情况下，比较方便的做法是求得错误概率的边界^[17]。对于上边界，本文分别在低信噪比和高信噪比 2 种情况下，将最佳接收机简化为次佳接收机，推导出各自的误码性能曲线，并用联合界的方法来分析改进多符号检测算法的误码性能。对于下边界，由于本文改进型多符号检测算法本质上是最大似然序列检测算法的一种近似，因此其理论上的下边界可以通过网格路径最小欧氏距离来衡量。

3.1 低信噪比下性能上界

低信噪比条件下，次佳接收机等效计算 \bar{L}_{mj} 的最大值，并将对应的 a_{n+1} 作为判决输出。在某一可能的发送序列 A_i 和反馈序列 B_j 下，假设观测长度 $2n+1$ 个码元时间间隔内，已知接收信号的中间码元 $a_{n+1} = k$ ，则发生错判的概率为在所有 \bar{L}_{mj} 中至少存在一个 $\bar{L}_{kj} (k \neq m)$ 大于 \bar{L}_m 的概率，即

$$P_e(\text{error} | A_i, B_j) = \sum_{k=1}^M P_k P_{ek} = \sum_{k=1}^M P_k \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^M P(\bar{L}_{mj} > \bar{L}_{kj} | m \neq k) \quad (18)$$

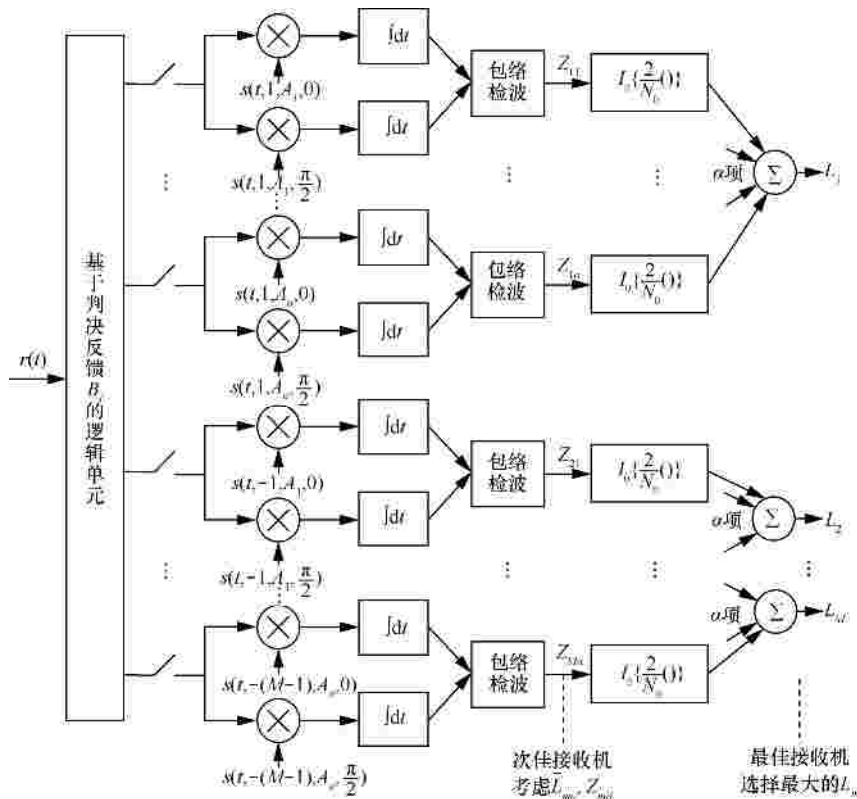


图 1 基于判决反馈的 CPFSK 非相干多符号检测算法结构

其中, P_k 表示发送消息 k 的概率, 消息等概率时 $P_k = \frac{1}{M}$; $P_{e|k}$ 表示 $a_{n+1} = k$ 时的差错概率。

引用文献[17], 比较概率 $P(\bar{L}_{mj} > \bar{L}_{kj} | m \neq k)$ 和 $P(\bar{L}_{mj} > \bar{L}_{kj})$, 显然有

$$P(\bar{L}_{mj} > \bar{L}_{kj} | m \neq k) = P(\bar{L}_{mj} > \bar{L}_{kj}) \quad (19)$$

将式(19)代入式(18)有

$$P_e(\text{error} | A_i, B_j) = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^M P(\bar{L}_{mj} > \bar{L}_{kj}) \quad (20)$$

式(20)可依次对 A_i 、 B_j 求平均得到其平均错误概率。对 A_i 求平均可得

$$P_e(\text{error} | B_j) = \frac{1}{a} \sum_{k=1}^M \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^M \sum_{i=1}^a P(\bar{L}_{mj} > \bar{L}_{kj}) \quad (21)$$

对 B_j 求平均可得

$$P_e(\text{error}) = \frac{1}{ab} \sum_{k=1}^M \sum_{\substack{m=1 \\ k \neq m}}^M \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b P(\bar{L}_{mj} > \bar{L}_{kj}) \quad (22)$$

式(22)将接收机差错概率的问题转化为对概率 $P(\bar{L}_{mj} > \bar{L}_{kj})$ 的求解。由式(15)的意义可知, 随机变量 \bar{L}_{mj} 、 \bar{L}_{kj} 取值是来自同一个总体且互不影响, 因此 \bar{L}_{mj} 、 \bar{L}_{kj} 是 2 个独立同分布的随机变量。此时问题转化为 2 个相互独立随机变量的分布函数问题, 文献[18]对这种问题进行了理论证明, 令 $L = \bar{L}_{mj} - \bar{L}_{kj}$, 则有

$$F_L(l) = \int_{-\infty}^l \int_{-\infty}^{\infty} f_L(l + l_{kj}) f_L(l_{kj}) dl_{kj} dl \quad (23)$$

其中, f_L 为 \bar{L}_{mj} 、 \bar{L}_{kj} 的共同概率密度函数, F_L 为 L 的分布函数。由式(23)可知, 对于概率 $P(\bar{L}_{mj} > \bar{L}_{kj})$ 有

$$\begin{aligned} P(\bar{L}_{mj} > \bar{L}_{kj}) &= P(\bar{L}_{mj} - \bar{L}_{kj} > 0) \\ &= 1 - P(\bar{L}_{mj} - \bar{L}_{kj} \leq 0) = 1 - F_L(0) \end{aligned} \quad (24)$$

结合式(22)和式(24)可知, 要解决接收机的差错概率问题关键在于随机变量 \bar{L}_{mj} 分布特性。下面对随机变量 \bar{L}_{mj} 进行分析。

由式(10)和式(15)可得

$$\bar{L}_{mj} = \sum_{i=1}^a z_{mij}^2 = \sum_{i=1}^a (x_{mij}^2 + y_{mij}^2) \quad (25)$$

其中, x_{mij}, y_{mij} 为非零均值的高斯随机变量^[6], 表达式如式(11)。由文献[17]可知, 随机变量 \bar{L}_{mj} 服从自

由度为 $2M$ 的非中心 c^2 分布。假设 x_{mij} 、 y_{mij} 分别服从 $N(\bar{x}_{mj}, s^2)$ 和 $N(\bar{y}_{mj}, s^2)$ 分布, 则随机变量 \bar{L}_{mj} 分布函数可表示为

$$f_L(l) = \begin{cases} \frac{1}{2s^2} \left(\frac{l}{s^2}\right)^{\frac{2M-2}{4}} e^{-\frac{s^2+l}{2s^2}} I_{M-1}\left(\frac{s}{s^2} \sqrt{l}\right), & l > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (26)$$

其中, $Q_m(a, b)$ 为广义马库姆(Marcum) Q 函数, 其定义为^[17]

$$Q_m(x, y) = \int_y^\infty u \left(\frac{u}{x}\right)^{m-1} \exp\left(-\frac{x^2 + u^2}{2}\right) I_{m-1}(ux) du \quad (27)$$

$I_0(x)$ 是第一类 0 阶修正贝塞尔函数, s 为随机变量 x_{mij}, y_{mij} 均值的平方和, 定义为

$$s = \sqrt{\sum_{m=1}^M (x_{mij}^2 + y_{mij}^2)} \quad (28)$$

利用式(23)~式(28)可求得低信噪比下的性能上界为

$$P(z_{mLj} > z_{kij}) = \frac{1}{2} \left[1 - Q_m(\sqrt{b}, \sqrt{a}) + Q_m(\sqrt{a}, \sqrt{b}) \right] \quad (29)$$

其中

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \frac{(2n+1)E_s}{2N_0} \left(1 \mp \sqrt{1 - |r_{mLj, kij}|^2} \right) \quad (30)$$

其中, 符号 "m" 取减号时为 a 的值, 取加号时对应为 b 的值。 $(2n+1) \frac{E_s}{N_0}$ 为 $2n+1$ 个观测码元的信号噪声功率比, $r_{mLj, kij}$ 为筛选后可能波形 $s(t, m, A_i, B_j, f)$ 和 $s(t, k, A_i, B_j, f)$ 的互相关系数, 定义为

$$r_{mLj, kij} = \int_0^{2n+1} s(t, m, A_i, B_j, f_0) s(t, k, A_i, B_j, f_0) dt \quad (31)$$

利用式(22)~式(31)即可求得低信噪比下的性能上界。

3.2 高信噪比下性能上界

高信噪比条件下, 次佳接收机只需要考察所有 z_{mij} , 然后选择最大值 z_{Nj} 对应的 a_{n+1} 作为判决值。在某一可能的发送序列 A_i 和反馈序列 B_j 下, 假设观测长度 $2n+1$ 个码元时间间隔内, 已知接收信号的中间码元 $a_{n+1} = k$, 则发生错判的概率为在所有 $\{z_{mLj}\}$ 中至少存在一个 $z_{mLj} (m \neq k)$ 大于 z_{kij} 的概率, 即

$$P_e(\text{error} | A_i, B_j) = \sum_{k=1}^M P_k P_{e|k}$$

$$= \sum_{k=1}^M P_k \sum_{m=1, m \neq k}^M \sum_{l=1}^a P(z_{mlj} > z_{kij} | m \neq k) \quad (32)$$

其中, P_k 表示发送消息 k 的概率, 消息等概率时 $P_k = \frac{1}{M}$; $P_{e|k}$ 表示 $a_{n+1} = k$ 时的差错概率。

引用文献[17], 比较概率 $P(z_{mlj} > z_{kij} | m \neq k)$ 和 $P(z_{mlj} > z_{kij})$, 显然有

$$P(z_{mlj} > z_{kij} | m \neq k) \geq P(z_{mlj} > z_{kij}) \quad (33)$$

将式(33)代入式(32)有

$$P_e(\text{error} | A_i, B_j) \geq \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \sum_{m=1, m \neq k}^M \sum_{l=1}^a P(z_{mlj} > z_{kij}) \quad (34)$$

同理, 式(34)可依次对 A_i, B_j 求平均得到其平均错误概率。对 A_i 求平均可得

$$P_e(\text{error} | B_j) \geq \frac{1}{a} \sum_{k=1}^M \sum_{m=1, m \neq k}^M \sum_{l=1}^a \sum_{i=1}^a P(z_{mlj} > z_{kij}) \quad (35)$$

对 B_j 求平均可得

$$P_e(\text{error}) \geq \frac{1}{ab} \sum_{k=1}^M \sum_{m=1, m \neq k}^M \sum_{l=1}^a \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b P(z_{mlj} > z_{kij}) \quad (36)$$

此时接收机的差错概率问题转换为对概率 $P(z_{mlj} > z_{kij})$ 的求解。参考文献[17], 对于服从莱斯分布的随机变量 z_{mlj}, z_{kij} 有

$$P(z_{mlj} > z_{kij}) = \frac{1}{2} [1 - Q(\sqrt{b}, \sqrt{a}) + Q(\sqrt{a}, \sqrt{b})] \quad (37)$$

其中, a, b 的取值如式(30)所示, $Q(x, y)$ 为马库姆 Q 函数, 定义如式(27)中 $m=1$ 。

利用式(36)、式(37)即可求得高信噪比下的性能上界。

3.3 错误概率的下边界

对于等概率 M 进制 CPFSK 信号, 在给定观察符号间隔上, CPFSK 误码性能取决于网格路径的最小欧氏距离^[15], 表示为

$$P_e \approx K_{\min} Q\left(\frac{\sqrt{E_b}}{N_0} d_{\min}^2\right) \quad (38)$$

其中, K_{\min} 为观察间隔内所有可能达到最小距离的信号数, d_{\min}^2 为网格最小欧氏距离, 定义为

$$d_{\min}^2 = \min_{i,j} \left\{ \frac{\text{lb}M}{T} \int_0^{NT} [1 - \cos f(t; A'_i - A'_j)] dt \right\} \quad (39)$$

式(39)中 A'_i, A'_j 为包括中间比特的 2 个可能发送序列。当 $N \rightarrow \infty$ 时, 多符号检测算法即为最大似然序列检测算法, 对应的最小欧氏距离为

$$d_{\text{ML}}^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \min_{i,j} \left\{ \frac{\text{lb}M}{T} \int_0^{NT} [1 - \cos f(t; A'_i - A'_j)] dt \right\} \quad (40)$$

$Q(\cdot)$ 为 Q 函数, 定义为

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (41)$$

由于 Q 函数为单调递减函数, 因此最小欧氏距离越大 CPFSK 的误码性能越好。图 2、图 3 给出了 d_{ML}^2 、 d_{\min}^2 关于调制指数 h 的关系。

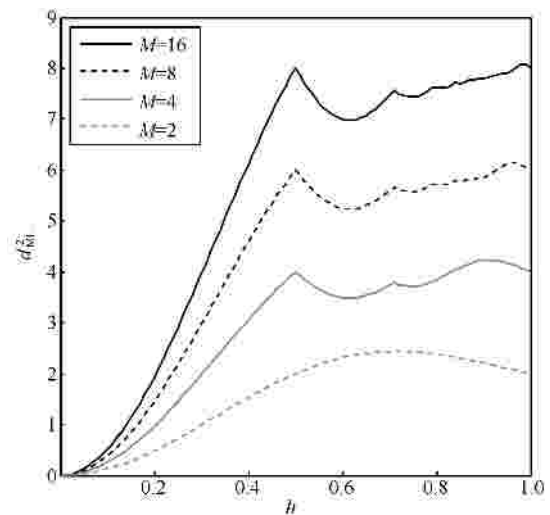


图 2 d_{ML}^2 与调制指数 h 的关系

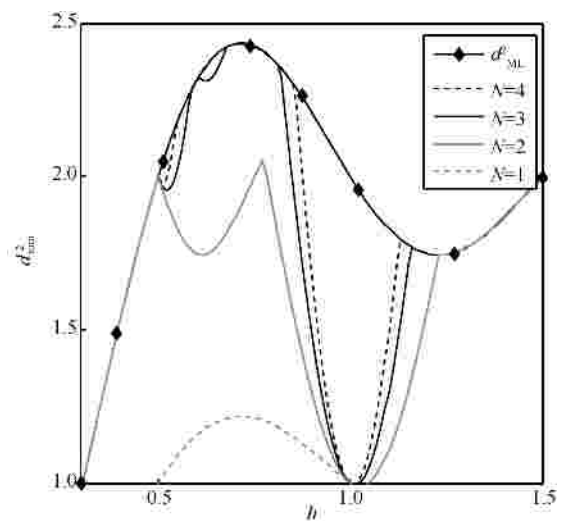


图 3 d_{ML}^2 与调制指数 h 的关系

图 2 给出了当 $M=2, 4, 8, 16$ 时的 d_{ML}^2 与 h 的关系,表明同一调制指数 h 下,最小欧氏距离 d_{ML}^2 随着进制数 M 的增加而增大,即检测性能越好。图 3 为当 $N=1, 2, 3, 4$ 时二进制 CPFSK 的 d_{min}^2 与 h 的依从关系,由图知 h 相同时,随着观测长度 N 的增加,最小欧氏距离 d_{min}^2 逐渐增大,并趋近于最小欧氏距离 d_{ML}^2 ,这也说明了多符号检测算法性能随着观测长度的增加而变好,并逐渐趋近于最大似然序列检测算法的性能。

3.4 数值结果

根据 3.1 节~3.3 节的理论性能边界推导,图 4 给出了观测长度 $N=5$,调制指数 $h=0.715$ 时 2CPFSK 的理论性能限以及实际仿真曲线,其中,联合上边界是由高信噪比下的理论上边界和低信噪比下的理论上边界共同组成。

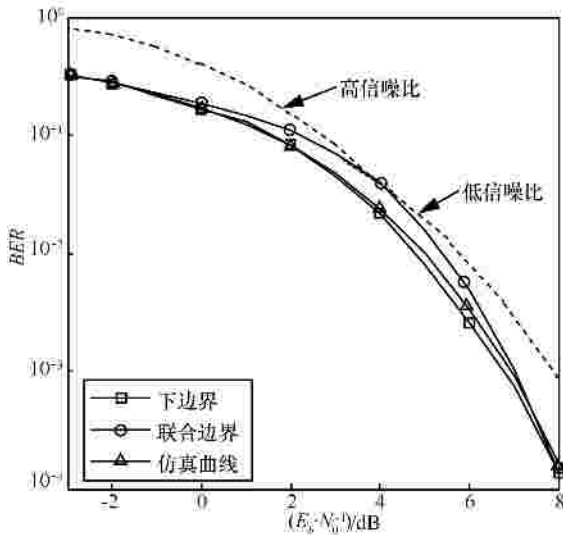


图 4 理论性能边界仿真

由图 4 可知,在任意给定的信噪比下,理论联合上边界与下边界的差值都小于 1 dB,且仿真曲线完全包含在理论性能边界曲线内。也就是说,本文推导的理论误码性能界能够很好地界定改进多符号检测算法误码性能。

4 实验结果

4.1 误码率性能仿真

图 5~图 7 给出了二进制、四进制 CPFSK 信号的非相干传统多符号检测算法和改进多符号检测算法在 $h=0.5$ 和 $h=0.715$ 下的误码性能比较。图中 $h=0.5$ 实际上为 MSK 信号, $h=0.715$ 为二进制下

调制指数的最佳取值(由 3.3 节可以得出,这种情况下的最小网格欧氏距离最大)。

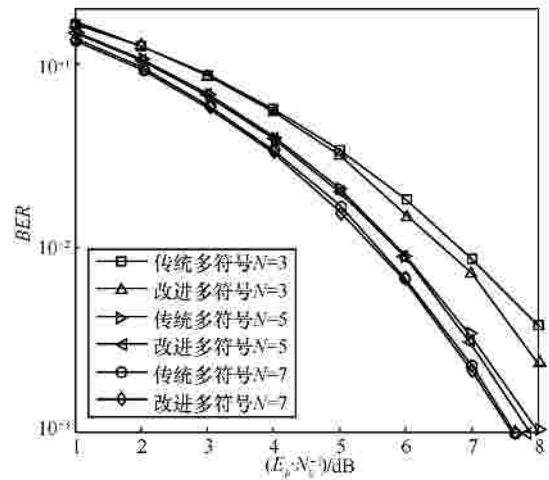


图 5 二进制非相干 CPFSK 在 $h=0.5$ 下的误码性能

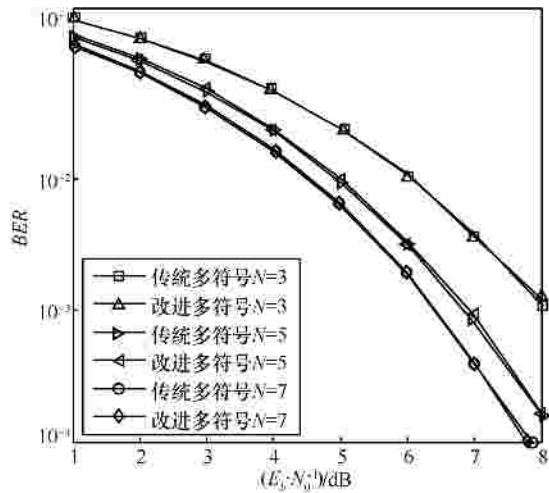


图 6 二进制非相干 CPFSK 在 $h=0.715$ 下的误码性能

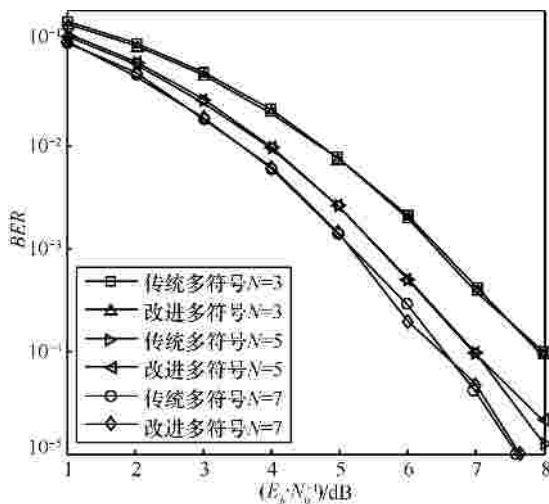


图 7 四进制非相干 CPFSK 在 $h=0.715$ 下的误码性能

从仿真结果可以看出，传统多符号检测算法和本文提出的改进多符号检测算法的差错性能相当，基本没有优劣之分。且本文提出的改进型多符号检测算法还延续了传统多符号检测算法的一些特性：从图 5~图 7 可以看出，改进型多符号检测算法也随着观测长度 N 的增加，性能逐渐变好，并趋于最优相干检测的性能；对比图 5 和图 6 可以看出，改进型多符号检测算法的误码性能与 CPFSK 信号调制指数 h 有关，同等条件下调制指数所决定的最小网格欧氏距离越大，其对应的误码性能越好；对比图 6 和图 7 可以看出，对于任意给定的比特错误概率，相同的调制指数下改进型多符号检测算法的所需的信噪比随着 M 的增大而减小。

但是，传统多符号检测算法高性能的取得是以牺牲复杂性为前提的，当 M 或 N 很大时，实际工程中是不可实现的。为了更进一步突出改进算法相对于传统多符号检测算法的优越性，对其复杂度进行分析。

4.2 复杂度性能分析

本文提出改进算法的复杂度主要受 2 个方面的影响。一方面，在相关比较时，接收信号仅与筛选后保留下来的可能发送波形进行相关运算，与传统算法相比，这一过程减小了检测的复杂性；而另一方面，增加的判决反馈模块由于需要利用已判决的码元信息，对观测长度内所有可能发送波形进行筛选，这无疑会增加判决所需时间。为了衡量改进算法的复杂性，分别对这 2 方面影响进行分析。

对于相关比较过程，设所需相关器个数为 C ，由图 1 可知，每个条件似然函数 L_m 对应有 $2M^{N-r}$ 个相关器，因而 M 个条件似然函数所需的相关器个数为

$$C = 2M^{N-r} \quad (42)$$

其中， r 为反馈码元个数， $r=0$ 时对应为传统多符号检测算法。式(42)表明总的运算量与反馈码元个数 r 成幂指数关系下降。

对于判决反馈模块，由 2.2 节可知，反馈 r 比特的筛选过程可以看作是反馈序列 $\{\hat{a}_{n-r+1}, L, \hat{a}_{n-1}, \hat{a}_n\}$ 和码元序列 A_i 中对应的序列 $\{a_{n-r+1}, L, a_{n-1}, a_n\}$ 的比较过程，这一过程可以通过作 r 次减法运算实现，增加的运算量仅与反馈码元个数 r 呈线

性关系增长。

假设每个码元采样点数 10 个，对于 $M=2, N=3, r=1$ ，一个相关器需要进行 30 次乘法和 30 次加法，由式(42)可知，则总共减少 8×30 次乘法和 8×30 次加法运算，而此时增加的运算量仅为 1 次减法运算，且随着 $M、N、r$ 的增大，减少的运算量会更明显。由此可见，这种增加的运算量要远远小于相关器减少的运算量，理论验证了本文提出的改进算法降低了检测的复杂度。

由上述分析可知，本文可以忽略判决反馈模块带来的时间延迟，采用检测一个码元所需相关器数目作为复杂度降低的衡量指标。图 8 给出了本文提出的改进型多符号检测算法与传统多符号检测算法所需相关器个数的比较。

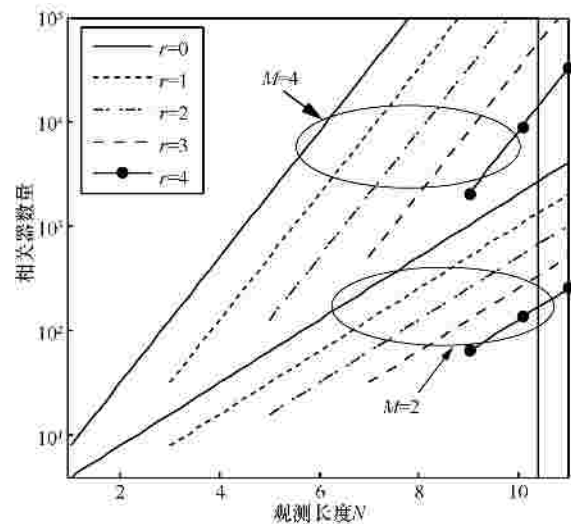


图 8 传统算法与改进算法复杂度比较

由图 8 可知：1) 在 $M、N$ 一定时，随着反馈码元 r 的增加，所需相关器个数以 M 的负指数幂方式减少。结合图 5~图 7 的仿真结果，反馈码元 r 对误码性能的影响并不大，但 r 的增加却能极大地降低复杂度，因此实际中在观测长度 N 一定时选定尽可能大的 r ，降低检测的复杂度的同时又不影响检测性能；2) 在相同的 r 和 N 下，对比 $M=2$ 和 $M=4$ 的曲线可知，相关器的个数随着 M 的增加呈指数增加。结合图 5~图 7 的仿真结果，CPFSK 信号多符号检测算法随着 M 的增加，性能变好，因此实际中可以选择合适的 M 和 r ，使接收机在误码性能和复杂度之间取得折中。

为了更直观地看出改进型多符号检测算法相

对于传统多符号检测算法复杂度降低程度,引入比例因子 c_{rate} , 定义为改进型多符号检测算法所需相关器个数与传统多符号检测算法所需相关器个数的比例。根据定义可以表示为

$$c_{rate} = \frac{C_r}{C_{r=0}} = \frac{2M^{N-r}}{2M^N} = M^{-r} \quad (43)$$

由式(43)可知,随着反馈码元 r 的增加,改进型多符号检测算法相对于传统多符号检测算法复杂度降低程度以 M 的负指数幂方式降低,图 9 给出了这种关系。

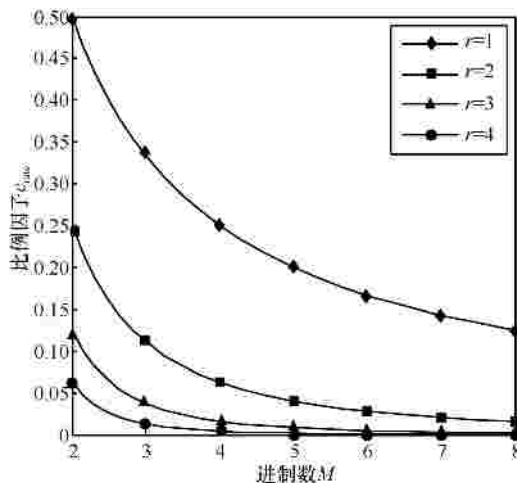


图 9 相对于传统多符号

5 结束语

本文针对传统多符号检测算法复杂度高,不易工程实现的缺陷,提出了一种判决反馈型改进算法。该算法在判决当前码元时,将之前的一个或多个已判决的码元信息反馈到接收机前端,并利用这种反馈参量对发送信号波形进行筛选,从而减少了所需的相关运算。为了验证算法的理论性能,文中结合联合界的思想,一方面分别在低信噪比和高信噪比 2 种环境下推导出文中算法的误码性能界,发现其估计性能曲线误差小于 1 dB;另一方面基于网格最小欧氏距离求得其性能下边界。不同调制指数下的实验结果表明,在保证检测性能不受影响的前提下, M , N 一定时,改进型多符号检测算法复杂度随着反馈码元的个数增加以 M 的负指数幂方式降低,对于多符号检测算法的工程实现具有一定的理论指导意义。

参考文献:

- [1] 沙楠, 高媛媛, 益晓新. 基于连续相位频移键控调制的物理层网络编码检测及性能分析[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(6): 1454-1459. SHA N, GAO Y Y, YI X X. Physical-layer network coding based on CPFSK modulation detection and performance analysis[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(6): 1454-1459.
- [2] GOTTFRIED U. Adaptive maximum-likelihood receiver for carrier-modulated data-transmission systems[J]. IEEE Trans on Wireless Communications, 1974, 22(6): 624-636.
- [3] 贾哲, 张欣狄. 微波通信中连续相位调制的非相干检测算法[J]. 电波科学学报, 2007, 22(3): 522-526. JIA Z, ZHANG X Y. A noncoherent detection algorithm for CPM in microwave communication[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2007, 22(3): 522-526.
- [4] PELCHAT M G, ADAMS S L. Noncoherent detection of continuous phase binary FSK[C]/Proc Int Conf Communication, Montreal, Canada, c1971: 4.
- [5] OSBORNE W P, LUNTZ M B. Coherent and noncoherent detection of CPFSK[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 1974, 22(8): 1023-1036.
- [6] SCHONHOFF T A. Symbol error probabilities for many CPFSK: coherent and noncoherent detection[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 1976, 24(6): 644-652.
- [7] 杨友福, 刘建伟, 张其善, 等. 基于多符号分组的 CPM 软输出非相干检测算法[J]. 通信学报, 2012, 33(8): 113-118. YANG Y F, LIU J W, ZHANG Q S, et al. Multiple symbol soft-output non-coherent detection of serial concatenated CPM[J]. Journal on Communications, 2012, 33(8): 113-118.
- [8] 孙锦华, 李建东, 金力军. 连续相位调制的非相干减少状态差分序列检测算法[J]. 电子与信息学报, 2005, 27(8): 1338-1341. SUN J H, LI J D, JIN L J. Noncoherent reduced state differential sequence detection of continuous phase modulation[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2005, 27(8): 1338-1341.
- [9] LOTTICI V, TIAN Z. Multiple symbol differential detection for UWB communications[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2008, 7(5): 1656-1666.
- [10] SCHENK A, FISCHER R F H, LAMPE L. A new stopping criterion for the sphere decoder in UWB impulse-radio multiple-symbol differential detection[C]/IEEE Int Conf Ultra-Wideband (ICUWB), Vancouver, Canada, c2009: 589-594.
- [11] JALDEN J, OTTERSTEN B. On the complexity of sphere decoding in digital communications[J]. IEEE Trans Signal Process, 2005, 53(4): 1474-1484.
- [12] SCHENK A, FISCHER R F H. Decision-feedback differential detection in impulse-radio ultra-wideband systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2011, 59(6): 1604-1611.
- [13] 王欣, 李颖, 魏急波. 一种低复杂度的差分空时调制多符号球形

译码算法[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(9):2199-2202.

WANG X, LI Y, WEI J B. A low complexity multiple-symbol differential sphere decoding for differential unitary space-time modulation[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(9): 2199-2202.

- [14] 王莉, 袁福, 郑林华, 等. 遥测 PCM/FM 信号的低复杂度多符号检测算法[J]. 计算机应用研究, 2013, 30(10): 3065-3070.

WANG L, YUAN F, ZHENG L H, et al. Low-complexity multi-symbol detection algorithm for telemetry PCM/FM signal[J]. Application Research of Computers, 2013, 30(10): 3065-3070.

- [15] ZHOU Q, MA X L. Designing low-complexity near-optimal multiple-symbol detectors for impulse radio UWB systems[J]. IEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(5):2460-2469.

- [16] PROAKIS J G 著, 张立军等译. 数字通信[M]. 北京: 电子工业出版社, 2010: 135-140.

PROAKIS J G, ZHANG L J. Digital communications[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2010: 135-140.

- [17] ANDERSON J, AULIN T, SUNDBERG C E. Digital phase modulation[M]. New York: Plenum Publishing Company, 1986.

- [18] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005: 94-95.

SHENG Z, XIE S Q, PAN C Y. Theory of probability and mathematical statistic[M]. Beijing: Higher Education Press, 2005: 94-95.

作者简介:



陈强 (1990-), 男, 湖南长沙人, 海军航空工程学院硕士生, 主要研究方向为数字信号的调制解调。



芮国胜 (1968-), 男, 江苏南京人, 博士, 海军航空工程学院教授、博士生导师, 主要研究方向为小波及小波变换理论、混沌检测系统、现代通信系统。



孙文军 (1987-), 男, 山东聊城人, 海军航空工程学院博士生, 主要研究方向为混沌弱信号检测技术。



田文飏 (1987-), 男, 江西南昌人, 博士, 海军航空工程学院讲师, 主要研究方向为现代通信系统、压缩感知。



张洋 (1983-), 男, 山东烟台人, 博士, 海军航空工程学院讲师, 主要研究方向为混沌弱信号检测技术、现代通信系统。